SESION 8

4.3. Descuento en cadena o en serie
4.4. Descuento por pronto pago
4.5. Comisiones

Los descuentos por pronto pago, también conocidos como descuentos en efectivo, tienen como objetivo estimular a los clientes a que realicen el pago de sus deudas en un plazo de tiempo acordado previamente.

Si una factura se debe en 30 días, un vendedor puede ofrecer al comprador un descuento de, digamos, un 2% si la factura se paga dentro de los primeros 10 días a su recepción.

Los descuentos en efectivo se ofrecen con el fin de persuadir a los clientes para pagar sus facturas más rápido - no se entiende como un incentivo para hacer la compra en primer lugar.

Beneficios de este tipo de descuento

Principalmente, estos descuentos tienen un beneficio para el vendedor, ya que aumentan la probabilidad de que un comprador pague rápidamente, proporcionando así al vendedor con dinero en efectivo más rápido.

Los descuentos en efectivo se ofrecen con el fin de persuadir a los clientes de crédito para pagar sus facturas más rápido.

La estimación de las cuentas incobrables disminuiría, ya que, los clientes pagarían prontamente. Por el contrario, si el pago se demora, cuanto más tiempo pase, mayor será la posibilidad de que el cliente se declare insolvente.

El aspecto negativo de un aumento de un descuento por pronto pago es una disminución en el margen de utilidad por unidad ya que hay más clientes que toman el descuento y pagan un precio menor.

Ejemplo de descuento por pronto pago

Un ejemplo típico es "2/10, neto 30" que significa que se debe pagar en un plazo de 30 días y que el comprador puede restar 2% de la factura si la paga antes de 10 días.

Descuento por "pronto-pago"

En las operaciones comerciales de compra-venta es frecuente que el pago no se realice al contado, sino que el vendedor conceda al comprador un aplazamiento sin coste alguno, que suele estar entre 90 y 120 días.

También resulta frecuente que el vendedor conceda al comprador un descuento si realiza el pago al contado (descuento por "pronto-pago").

Es interesante calcular el % máximo que puede ofrecer el vendedor por "pronto-pago", así como a partir de qué tipo de descuento le puede convenir al comprador acogerse al mismo.

a) Descuento máximo por "pronto pago" que puede ofrecer el vendedor.

Este descuento máximo estará determinado por el coste de su financiación. Al obtener el pago al contado, el vendedor se ahorra tener que acudir a la financiación bancaria durante el periodo de aplazamiento.

Por lo tanto, el vendedor podrá ofrecer un tipo de descuento que será como máximo igual al coste de su financiación, ya que si fuera mayor le resultaría más ventajoso esperar a que se cumpla el aplazamiento dado al vendedor y financiarse mientras por el banco.

Para poder comparar el coste de su financiación con el descuento ofrecido, tendrá que calcular el tipo anual equivalente de dicho descuento. La fórmula empleada es la siguiente:

$i = d * 365 / t$
x
dónde "i" es el tipo anual equivalente
"d" es la tasa de descuento ofrecida
"t" es el periodo de aplazamiento concedido

Ejemplo: Una empresa concede aplazamientos por 90 días y su coste de financiación bancaria es del 10%. Calcular el descuento por "pronto-pago" máximo que podrá ofrecer:

Aplicamos la fórmula, $i = d * 365 / t$
luego, $i = 0{,}10 * 365 / 90$
luego, $i = 2{,}466\%$
x
Por lo tanto, el descuento máximo que podrá ofrecer es del 2,466% (equivalente a un 10% anual). No podrá ofrecer descuentos mayores ya que le resultaría más rentable esperar los 90 días del aplazamiento y mientras financiarse en el banco.

b) Descuento mínimo por "pronto pago" que resultará interesante al comprador.

El razonamiento es similar: el ahorro que obtenga por el descuento tendrá que ser mayor que el coste de su financiación: si la empresa paga al contado dispondrá de unos fondos que tendrá que financiar, sólo si con el pago al contado consigue un ahorro superior al coste de su financiación, le resultará interesante.

Si el descuento que obtiene es inferior al coste de su financiación, preferirá acogerse al aplazamiento del pago.

Al igual que en el caso anterior, y para poder comparar la tasa de descuento con el coste de su financiación, habrá que calcular el tipo anual equivalente de dicho descuento, aplicando la misma fórmula que en el caso anterior.

Ejemplo: una empresa compradora se financia en su banco al 12%. En una operación de compra-venta, el vendedor le ofrece un pago aplazado de 120 días o un descuento por "pronto-pago" del 3%. Ver si el conviene acogerse a este "pronto-pago".

Se calcula el tipo anual equivalente al descuento ofrecido:
Se aplica la fórmula, i = d * 365 / t
luego, i = 0,12 * 365 / 120
luego, i = 9,125%
x
Vemos que que el descuento que le ofrecen por pronto-pago es inferior al coste de su financiación, por lo que no le conviene acogerse al mismo.
x
¿Y si el descuento ofrecido es del 5%?
x 6
Se vuelve a calcular el tipo anual equivalente, i = 0,05 * 365 / 120
luego, i = 15,7%
x
En este caso sí le convendría acogerse al pago al contado
x

Letras del Tesoro

Las Letras del Tesoro son títulos de Deuda Pública emitidos por el Estado para su financiación. Su plazo de vencimiento suele ser inferior a 18 meses y presentan la peculiaridad de que se emiten a descuento.

Es decir, el suscriptor al comprar paga menos que el valor nominal del título, mientras que en el momento del vencimiento recibe dicho valor nominal. Este menor precio en el momento de la compra es la rentabilidad que ofrece el título.

Para calcular la rentabilidad que obtiene el inversor hay que distinguir entre Letras con vencimiento a menos de 1 año y a más de 1 año:

a) Si vence antes de 1 año, se aplica la ley de capitalización simple

$P (1 + i * t) = N$
Siendo "P" el precio que paga por la Letra
"N" el valor nominal de la letra (importe que recibe al vencimiento)

b) Si vence a más de 1 año se aplica la ley de capitalización compuesta

$P (1 + i)^{t} = N$

Al suscribir y al vencer la Letra, la entidad financiera suele cobrar comisiones, que en el primer caso incrementan el precio de compra y en el segundo caso disminuyen el importe recibido en el reembolso.

Estas comisiones hay que incorporarlas en las fórmulas anteriores para calcular la rentabilidad de las letras. Por tanto:

a) Vencimiento a menos de 1 año:

$(P + C_c) * (1 + i * t) = N - C_v$
Siendo "C_c" la comisión de compra
"C_v" la comisión de venta

b) Vencimiento a más de 1 año:

x
$(P + C_c) * (1 + i)^{t} = N - C_v$

Ejemplo: Se suscribe una Letra del Tesoro de 1.000.000 ptas. con vencimiento a 6 meses. El precio de compra es de 950.000 ptas., con una comisión de 5.000 ptas. En el momento del reembolso se aplica otra comisión de 4.000 ptas. Calcular la rentabilidad efectiva para el cliente:

Al ser una operación a menos de 1 año se aplica la ley de capitalización simple
x
Por lo tanto, $(P + C_c)* (1 + i * t) = N - C_v$
(Hay que despejar "i" que nos da la rentabilidad efectiva para el cliente
luego, $(950.000 + 5.000) * (1 + i * 0,5) = 1.000.000 - 4.000$ (plazo en base anual)
luego, $i = 8,586\%$
x
Por lo tanto, la rentabilidad (anual) que obtiene el inversor en esta operación es del 8,586%

¿Y si el vencimiento de esta letra fuera a 15 meses?:

En este caso, al ser una operación a más de 1 año, se aplica la ley de capitalización compuesta
x
Por lo tanto, $(P + C_c)*(1 + i)^t = N - C_v$
luego, $(950.000 + 5.000) * (1 + i)^{1,25} = 1.000.000 - 4.000$

luego, i = 3,42%
x
Por lo tanto, la misma operación que en el caso anterior, pero a un plazo de 15 meses, estaría dando una rentabilidad del 3,42%

El comprador puede vender la Letra antes de su vencimiento. Para calcular la rentabilidad obtenida se aplicaría la misma fórmula, ajustando el tiempo al periodo en que ha sido titular de la Letra.

Ejemplo: en el caso anterior (Letra con vencimiento a 15 meses) el comprador la vende transcurrido únicamente 7 meses, por un precio de 975.000 ptas. En esta venta no paga comisiones. Calcular la rentabilidad obtenida:

Como el plazo en que ha mantenido la Letra ha sido inferior al año, se aplica la ley de capitalización simple.
x
Por lo tanto, $(P + C_c) * (1 + i * t) = N - C_v$
Luego, (950.000 + 5.000) * (1 + i * 0,5833) = 975.000 - 0
luego, i = 3,59%
x
Por lo tanto, la rentabilidad (anual) que obtiene el inversor en este caso es del 3,59%

En la cuenta de crédito la entidad financiera pone a disposición del cliente un límite máximo de endeudamiento, del que éste irá disponiendo en función de sus necesidades.

La cuenta de crédito funciona como una cuenta corriente: el cliente podrá disponer, pero también podrá ingresar; de hecho, el saldo puede ser ocasionalmente a su favor.

El banco establece dos tipos de interés: uno que aplica a los saldos deudores, y otro inferior, similar al de las cuentas corrientes, con el que remunera los saldos acreedores.

El banco puede admitir que el cliente en ocasiones puntuales pueda disponer por encima del límite autorizado, pero en estos casos le aplicará un tipo de penalización durante el tiempo en que el crédito se encuentre excedido.

Las cuentas de crédito suelen llevar comisiones, destacando la comisión de apertura (entorno al 0,5% del límite concedido) y la comisión por límite no dispuesto (por ejemplo: si se solicita un crédito de 5 millones ptas. y el saldo medio utilizado es de 3 millones, esta comisión se aplica sobre los 2 millones restantes).

Ejemplo:

Un cliente apertura una cuenta de crédito con un límite de 3.000.000 ptas. y vencimiento a 1 año. El banco establece un tipo del 12% para los saldos deudores, del 24% para los saldos excedidos, y remunera con el 3% los saldos acreedores.

El banco aplica una comisión de apertura del 0,5% y una comisión sobre límite no dispuesto del 0,25%.

Transcurrido el primer trimestre, el saldo medio dispuesto ha sido de 2.500.000 ptas., ha habido un saldo medio excedido de 200.000 ptas., y un saldo medio acreedor de 300.000 ptas.

Calcular la liquidación de la cuenta de este primer trimestre, así como el tipo TAE de este periodo.

a) Liquidación de la cuenta (se aplica la ley de capitalización simple I = C * i * t)

x

Comisión de apertura	3.000.000 * 0,005 =	- 15.000
Intereses deudores (ordinarios)	2.500.000 * 0,12 * 0,25 =	- 75.000
(se utiliza la base anual: un trimestre es igual a 0,25 años)		
Intereses deudores (excedidos)	200.000 * 0,24 * 0,25 =	- 12.000
Intereses acreedores	300.000 * 0,03 * 0,25 =	+ 2.250
Comisión s/saldo medio no disp.	500.000 * 0,0025=	- 1.250
x		
Total liquidación		- 101.000

x

b) TAE de la operación

x

Se calcula el tipo efectivo para el trimestre; para ello se suman los intereses y las comisiones pagadas, y se divide entre el saldo medio deudor

x

La comisión de apertura se divide entre 4 trimestres (duración de la operación), asignándole a este primer trimestre una cuarta parte.

x

Por lo tanto, ie = (75.000 + 12.000 + 3.750 + 1.250)/(2.500.000 + 200.000)

"ie" es el tipo efectivo

3.750 ptas. corresponden a la comisión de apertura (una cuarta parte de 15.000 ptas.)

No consideramos ni el saldo medio acreedor, ni los intereses pagados al cliente

luego, ie = 3,4074%

x

Por lo tanto, el tipo de interés efectivo de la operación durante el primer trimestre ha sido del 3,407%

x

Una vez calculado el tipo efectivo, se calcula su tipo anual equivalente (TAE)

x

luego, 1 + i = (1 + i4)^^{4} (siendo "i" el tipo TAE)

luego, i = 14,34%

x

El TAE de este crédito durante el primer trimestre ha sido del 14,34%

Compra-venta de acciones (I)

Cuando se compran acciones el importe efectivo que se paga por ellas viene determinado por la fórmula:

$I_c = (N_c * P_c) + C_c$
x
Siendo " I_c" el importe efectivo de la compra
" N_c" el número de acciones adquiridas
" P_c" el precio pagado por acción
" C_c" las comisiones pagadas en la compra

Ejemplo: se adquieren 1.000 acciones de Telefónica que cotizan en ese momento a 3.000 ptas. Se pagan unas comisiones de 15.000 ptas. Calcular el importe de la adquisición.

$I_c = (N_c * P_c) + C_c$
Luego, $I_c = (1.000 * 3.000) + 15.000$
Luego, $I_c = 3.017.000$ ptas.

Durante el tiempo en que se mantienen las acciones se irán recibiendo dividendos, pero también habrá que pagar comisiones de custodia.

Cuando se venden las acciones el importe recibido viene determinado por la siguiente fórmula:

$I_v = (N_v * P_v) - C_v$
x
Siendo " I_v" el importe efectivo de la venta
" N_v" el número de acciones que se venden
" P_v" el precio de venta por acción
"C_c" las comisiones pagadas en la venta

Ejemplo: las acciones que compramos en el ejemplo anterior se venden 9 meses después a 3.150 ptas. cada acción. Las comisiones de venta ascienden a 12.000 ptas. Calcular el importe ingresado por la venta.

$I_v = (N_v * P_v) - C_v$
Luego, $I_v = (1.000 * 3.150) - 12.000$
Luego, $I_v = 3.138.000$ ptas.

Para calcular la rentabilidad que se obtiene en este tipo de inversiones hay que distinguir:

a) Operaciones a corto plazo (< 12 meses) se aplica la ley de capitalización simple.

b) Operaciones a largo plazo (> 12 meses) se aplica la ley de capitalización compuesta.

OPERACIONES A CORTO PLAZO

En este tipo de operaciones, para calcular la rentabilidad que se obtiene, se aplica la siguiente fórmula:

$r = (D - C_m + I_v - I_c) * (1 - t) / I_c$

x

Siendo " r " la rentabilidad obtenida en la operación

" D " los dividendos percibidos

" C_m" las comisiones de custodia pagadas

" I_v " el importe de la venta

" I_c" el importe de la compra

" t " el tipo impositivo marginal que paga el inversor

Analicemos la fórmula anterior:

El paréntesis $(D - C_m + I_v - I_c)$ determina el ingreso bruto que percibe el inversor.

x

No obstante, el inversor tiene que pagar impuestos por los beneficios obtenidos, por lo que su beneficio neto viene determinado por el beneficio bruto multiplicado por (1 - t).

Ejemplo: en el ejemplo anterior, el inversor recibe durante los 9 meses que ha mantenido las acciones, dividendos por 100.000 ptas. y ha pagado comisiones de custodia por 20.000 ptas. Su tipo impositivo marginal es el 30%. Calcular la rentabilidad obtenida:

$r = (D - C_m + I_v - I_c) * (1 " - t) / I_c$

luego, r = (100.000 - 20.000 + 3.138.000 - 3.017.000) (1 - 0,3) / 3.017.000

luego, r = 4,66%

x

Esta rentabilidad la ha obtenido el inversor en un plazo de 9 meses. Su equivalente anual sería r = 4,66 * 12 / 9 = 6,21%

Compra-venta de acciones (II)

OPERACIONES A LARGO PLAZO

Para calcular la rentabilidad de este tipo de operaciones se aplica la ley de equivalencia financiera:

La rentabilidad de la operación es el tipo de interés que iguala en el momento inicial la prestación (importe de la adquisición) y la contraprestación (importe de la venta y dividendos percibidos durante ese periodo de tenencia, menos las comisiones de custodia pagadas).

Supongamos que una inversión en acciones origina los siguientes flujos monetarios durante el periodo de tenencia:

Periodo	Tipo de flujo	Comisión de custodia
x		
año 0	Compra de las acciones	- Ic
año 1	Se cobran dividendos y se paga comisión de custodia	+ D_1 - Cm_1
año 2	Se cobran dividendos y se paga comisión de custodia	+ D_2 - Cm_2
...	....	...
año (n-2)	Se cobran dividendos y se paga comisión de custodia	+ D_{n-2} - Cm_{n-2}
año (n-1)	Se cobran dividendos y se paga comisión de custodia	+ D_{n-1} - Cm_{n-1}
año (n)	Se cobran dividendos, se paga comisión de custodia y se venden las acciones	+ D_n - Cm_n + Iv
x		

Siendo " Ic " el precio pagado por la compra (incluyendo comisiones)

Siendo " D_1 " los dividendos percibidos el primer año

Siendo " Cm_1 " la comisión de custodia pagada el primer año

Siendo " Iv " el precio de venta (descontando las comisiones pagadas)

Todos estos flujos se descuentan al momento inicial y se iguala prestación con contraprestación. El tipo " i_e " nos da la rentabilidad anual efectiva de la operación.

Periodo	Prestación (Valor en el momento 0)	Contraprestación (Valor en el momento 0)
x		
año 0	- Ic	
año 1		+ ((D_1 - Cm_1) * (1 -t)) / (1 + ie)
año 2		+ ((D_1 - Cm_1) * (1 -t)) / (1 + ie)^^{2}
...		...
año (n-2)		+ ((D_1 - Cm_1) * (1 -t)) / (1 + ie)^$^{n-2}$
año (n-1)		+ ((D_1 - Cm_1) * (1 -t)) / (1 + ie)^$^{n-1}$
año (n)		+ ((D_1 - Cm_1) * (1 -t)) / (1 + ie)^^{n}
		+ (Iv - (Iv - Ic) * (1-t)) / (1 + ie)^^{n}

¿Que hemos hecho?

Hemos llevado al momento 0 todos los flujos. La prestación (la compra de las acciones) no se ha descontado ya que se encontraba en el momento inicial.

Cada flujo de la contraprestación (beneficios = dividendos - comisiones pagadas) se ha multiplicado por (1 - t) para depurar el efecto del pago de impuestos.

El último año hemos descontado, por una parte, el dividendo menos las comisiones, y por otra, los ingresos por la venta. A estos ingresos por venta le hemos restado los impuestos que se producen por las plusvalías obtenidas (Iv - Ic).

Ejemplo: Se adquieren 1.000 acciones de Telefónica por 3.000 ptas. cada una. Se paga una comisión de compra de 15.000 ptas. Estas acciones se venden 3 años más tarde por 3.150 ptas. cada acción. Las comisiones de venta ascienden a 12.000 ptas.

Durante este periodo se han cobrado los siguientes dividendos y se han pagado las siguientes comisiones de custodia:

Periodo	Dividendos	Comisión de custodia
x		
1º año	+50.000	-12.000
2º año	+60.000	-15.000
3º año	+70.000	-18.000

Calcular la rentabilidad de la operación:

Se aplica la ley de equivalencia financiera

x

luego, Prestación = Contraprestación

3.017.000 = $((50.000-12.000)*(1-0,3)/(1+i_e))$ + $((60.000-15.000)*(1-0,3)/(1+i_e)^{\wedge 2})$ + $((70.000-18.000)*(1-0,3)/(1+i_e)^{\wedge 3})$ + + $(((3.138.000)+(3.138.000-3.017.000)*(1-0,3))/(1+i_e)^{\wedge 3}))$

x

luego, ie = 3,2412%

x

Por lo tanto, la rentabilidad anual obtenida en esta operación ha sido de 3,24%

Préstamos

El préstamo es una operación financiera en la que el Banco entrega al cliente un importe y este se compromete a devolverlo en uno o varios pagos. Los préstamos suelen ser operaciones a largo plazo.

En el préstamo se puede distinguir:

C_0: Importe inicial de la operación.

M_s: Cuota de amortización. Es la cantidad que periódicamente se irá pagando. Este importe puede ser constante o puede ir variando. El subíndice "s" indica el periodo de la vida del préstamo al que corresponde dicha cuota.

S_s: Es el saldo pendiente de capital, es decir, la parte del importe inicial que aún no se ha amortizado hasta el momento "s".

CA_s: Capital amortizado. Es la parte del importe inicial que se ha amortizado hasta el momento "s".

Entre estos conceptos se pueden establecer una serie de relaciones:

Cuota periódica	$M_s = AM_s + I_s$	La cuota que se paga periódicamente está formada por dos componentes: AM_s es la devolución de principal que se realiza en ese periodo; I_s son los intereses que se pagan correspondientes a ese periodo.
Intereses del periodo	$Is = C_{s-1} * i * t$	Los intereses del periodo "s" son iguales al saldo de la operación al comienzo del periodo, por el tipo de interés y por la duración del periodo.
Capital inicial	$C_o = S\ AM_k$	El capital inicial es igual a la suma de todas las amortizaciones parciales de capital que se van a realizar a lo largo de la vida de la operación.
Saldo vivo de la operación en el momento "s"	$S_s = S\ M_k\ (1+i)^{\wedge k-s}$	El saldo vivo de la operación en el momento "s" es igual a la suma de todas las cuotas periódicas pendientes de vencer, descontadas a esa fecha.
	$S_s = C_o - S\ AM_k$	También se puede calcular restando al importe inicial de la operación las amortizaciones de capital que ya se hayan realizado.
Capital amortizado	$CA_s = S\ AM_k$	El capital amortizado
	$CA_s = C_o - S_s$	También se puede calcular como la diferencia entre el capital inicial y el saldo pendiente de amortizar al momento "s".

En las operaciones de préstamos se pueden distinguir algunos casos particulares:

a) Préstamo con cuota de amortización constante

b) Préstamo con devolución de principal constante

c) Préstamo con una sola devolución de principal al vencimiento

d) Préstamo con periodo de carencia

e) Préstamo con diferentes tipos de interés a lo largo de la vida de la operación

f) Préstamo con intereses anticipados.

Préstamos con cuotas de amortización constante (Método francés)

Este tipo de préstamo se caracteriza por tener cuotas de amortización constante a lo largo de la vida del préstamo. También se considera que el tipo de interés es único durante toda la operación.

El flujo de capitales del préstamo será:

Periodons MS"	Prestamo	Cuotas de amortización
año 0	+ C_o	
año 1		- M
año 2		- M
...		...
año (n-2)		- M
año (n-1)		- M
año (n)		- M

Siendo Co el importe del préstamo y M el importe constante de la cuota de amortización

El valor actual de las cuotas de amortización sigue una estructura similar a la de una renta constante, temporal, pospagable.

luego, $C_o = M * A_o$ (siendo Ao el valor actual de una renta unitaria pospagable, de duración igual a la del préstamo)

luego, $C_o = M * (1 - (1 + i)^{-n}) / i$

Por lo que se puede calcular fácilmente el importe de la cuota constante de la amortización:

$M = C_o / A_o$

Ejemplo: Calcular la cuota constante de amortización de un préstamo de 3.000.000 ptas. a plazo de 5 años, con un tipo de interés del 10%.

Calculamos el valor de Ao (valor actualiza de una renta constante, pospagable, de 5 años de duración):

$Ao = (1 - (1 + i)^{-n}) / i$

luego, $Ao = (1 - (1 + 0,1)^{-5}) / 0,1$

luego, Ao = 3,7908

Una vez conocido el valor de Ao, se calcula el valor de la cuota constante

luego, M = 3.000.000 / 3,7908

luego, M = 791.392 ptas.

Por lo tanto, la cuota constante anual se eleva a 791.392 ptas.

Una vez que se conoce el importe de la cuota constante, podemos ver que parte de misma corresponde a amortización de principal y que parte corresponde a intereses:

a) Amortización de Principal: Calculamos la correspondiente al primer periodo

Sabemos que $I_1 = C_o * i * t$

luego, $I_1 = 3.000.000 * 0,1 * 1$

luego, I_1 = 300.000 ptas.

Ya podemos despejar A_s de la fórmula $M_s = AM_s - I_s$

luego, $AM_s = M_s - I_s$

luego, $AM_1 = 791.392 - 300.000$

luego, AM_1 = 491.392 ptas.

El resto de las amortizaciones de capital se pueden calcular aplicando la siguiente fórmula:

$AM_k = AM_1 * (1 + i)^{k-1}$

Por lo tanto:

		Amort. de capital
AM_1	491.392	491.392
AM_2	491.392 * (1,1)	540.531

AM_3	491.392 * (1,1)^2	594.584
AM_4	491.392 * (1,1)^3	654.043
AM_5	491.392 * (1,1)^4	719.447
Suma		3.000.000

Se comprueba como la suma de todas las amortizaciones de capital coincide con el importe inicial del préstamo.

El importe que representan los intereses dentro de cada cuota de amortización se calcula de manera inmediata, ya que:

Partiendo de la fórmula $M_s = AM_s + I_s$

se despeja $I_s = M_s - AM_s$

Por lo tanto:

Periodo	Ms	AMs	Is
1	791.392	491.392	300.000
2	791.392	540.531	250.861
3	791.392	594.584	196.808
4	791.392	654.043	137.349
5	791.392	719.447	71.945

Conociendo el importe de las amortizaciones de principal, se calcula fácilmente el saldo vivo del préstamo en cada periodo, así como el capital ya amortizado:

$S_s = C_o - S\ AM_k$ Siendo S_s el saldo vivo en el momento "s" y $S\ AM_k$ la suma de todas las amortizaciones de capital realizadas hasta ese momento

$CA_s = S\ AM_k$ Siendo CA_s el capital amortizado hasta el momento "s"

Luego:

Periodo	Saldo vivo	Capital amortizado
0	3.000.000	0
1	2.508.608	491.392
2	1.968.077	1.031.923
3	1.373.493	1.626.507
4	719.450	2.280.550
5	0	3.000.000

Préstamos con cuotas de amortización constantes: Ejercicios

Ejercicio 1: Una entidad financiera concede un préstamo de 6.000.000 ptas., por un plazo de 5 años, con cuotas de amortización semestrales y con un tipo de interés anual del 12%.

Calcular:

a) Cuota constante de amortización

b) Importe que corresponde a la amortización de capital y a los intereses

c) Evolución del saldo vivo y del capital amortizado

SOLUCION

1.- Cuota constante de amortización

Primero se calcula el tipo semestral equivalente:

$(1 + i) = (1 + i_2)^{\wedge 2}$

luego, i_2 = 5,83%

Una vez conocido el tipo semestral, pasamos a calcular el valor de Ao (valor actual de una renta unitaria, pospagable, de 10 semestre de duración, con un tipo de interés semestral del 5,83%)

$Ao = (1 - (1 + i)^{\wedge -n})/ i$

luego, $Ao = (1 - (1 + 0{,}0{,}583)^{\wedge -10})/ 0{,}0583$

luego, Ao = 7,4197

A continuación se calcula el valor de la cuota constante

luego, M = 6.000.000 / 7,4197

luego, M = 808.655 ptas.

Por lo tanto, la cuota constante anual se eleva a 808.655 ptas.

2.- Parte de la cuota correspondiente a amortización de principal y a intereses:

Comenzamos calculando la amortización de capital correspondiente al primer periodo

Sabemos que $I_1 = C_o * i * t$

luego, $I_1 = 6.000.000 * 0,0583 * 1$

luego, $I_1 = 349.800$ ptas.

Ya podemos despejar AM_1 de la fórmula $AM_1 = M_1 - I_1$

Periodo	Amort. de capital	Intereses
1º semestre	458.855	349.800
2º semestre	485.606	323.049
3º semestre	513.917	294.738
4º semestre	543.878	264.777
5º semestre	575.587	233.068
6º semestre	199.512	
7º semestre	644.656	163.999
8º semestre	682.240	126.415
9º semestre	722.014	86.641
10º semestre	764.108	44.547
Suma	6.000.000	

La suma de todas las amortizaciones de capital coincide con el importe inicial del préstamo. Por otra parte, la suma en cada periodo de la parte de amortización de capital y de los intereses coincide con el importe de la cuota constante.

3.- Saldo vivo del préstamo y capital ya amortizado en cada periodo:

Se aplican las fórmulas:

$S_s = C_o - S\ A_k$

$CA_s = S\ A_k$

luego, $AM_1 = 808.655 - 349.800$

luego, $AM_1 = 458.855$ ptas.

El resto de las amortizaciones de capital se pueden calcular aplicando la siguiente fórmula:

$AM_k = AM_1 * (1 + i)^{k-1}$

También vamos a calcular el importe que representan los intereses dentro de cada cuota:

Partiendo de la fórmula $M_s = AM_s + I_s$

se despeja $I_s = M_s - AM_s$

Periodo	Saldo vivo	Capital amortizado
Periodo 0	6.000.000	0
1º semestre	5.541.145	458.855
2º semestre	5.055.539	944.461
3º semestre	4.541.622	1.458.378
4º semestre	3.997.744	2.002.256
5º semestre	3.422.157	2.577.843
6º semestre	2.813.014	3.186.986
7º semestre	2.168.358	3.831.642

8º semestre	1.486.118	4.513.882
9º semestre	764.108	5.235.896
10º semestre	0	6.000.000

Préstamos con amortización de capital constante

Este tipo de préstamo se caracteriza porque la amortización de capital es constante en todas las cuotas del préstamo. También, y a efectos de simplificar, vamos a considerar que el tipo de interés es constante durante toda la operación, aunque este requisito no es necesario.

En este tipo de préstamo se calcula fácilmente el importe de la amortización de capital constante, basta con dividir el importe del préstamo por el número de periodos.

$AM_s = Co / n$

(Siendo "Co" el importe del préstamo y "n" el número de periodos)

Una vez conocido el importe de la amortización constante de capital, se puede conocer como evoluciona el saldo vivo del préstamo, así como el capital amortizado:

$S_s = C_o - S\ AM_k$	Siendo S_s el saldo vivo en el momento "s" y $S\ AM_k$ la suma de todas las amortizaciones de capital realizadas hasta ese momento
$CA_s = S\ AM_k$	Siendo CA_s el capital amortizado hasta el momento "s"

Para calcular la cuota periódica del préstamo partimos de la fórmula:

$M_s = AM_s + I_s$

(Siendo "M_s" la cuota correspondiente al periodo "s" y "I_s" el importe de los intereses de dicho periodo)

Como ya conocemos AM_s, sólo nos falta calcular el importe de los intereses para poder conocer el importe de la cuota periódica. El importe de los intereses de cada periodo se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$I_s = S_{s-1} * i * t$

(Siendo "I_s" los intereses del periodo "s", "S_{s-1}" el saldo vivo al final del periodo anterior; "i" el tipo de interés aplicado y "t" la duración del periodo)

Las cuotas periódicas de este tipo de préstamo son decrecientes, ya que mientras que la parte correspondiente a amortización de capital es constante, los intereses van disminuyendo, ya que el saldo vivo se va reduciendo.

Veamos un ejemplo:

Un banco concede un préstamo de 7.000.000 ptas., a un plazo de 7 años, con un tipo de interés constante del 10%. En las cuotas periódicas, la amortización de capital es constante durante toda la vida de la operación.

Calcular:

a) Importe de la amortización de capital constante

b) Evolución del saldo vivo y del capital amortizado

c) Importe de los intereses

d) Cuota de amortización

SOLUCION

a) Importe correspondiente a la devolución de principal:

Aplicamos la fórmula $AM_s = Co / n$

luego, $AM_s = 7.000.000 / 7$

luego, $AM_s = 1.000.000$

Por lo tanto, la amortización de capital en cada periodo, durante toda la operación, es de 1.000.000 ptas.

b) Evolución del saldo vivo y del capital amortizado:

Periodo	Saldo vivo	Capital amortizado
0	7.000.000	0
1	6.000.000	1.000.000
2	5.000.000	2.000.000

3	4.000.000	3.000.000
4	3.000.000	4.000.000
5	2.000.000	5.000.000
6	1.000.000	6.000.000
7	0	7.000.000

c) Importe de los intereses en cada cuota periódica:

Aplicamos la fórmula $I_s = S_{s-1} * i * t$

Periodo	Intereses
1	700.000
2	600.000
3	500.000
4	400.000
5	300.000
6	200.000
7	100.000

d) Cuotas periódicas:

Aplicamos la fórmula $M_s = AM_s + I_s$

Periodo	Cuota

1	1.700.000
2	1.600.000
3	1.500.000
4	1.400.000
5	1.300.000
6	1.200.000
7	1.100.000

Préstamos con amortización de capital constante: Ejercicio

EJERCICIO

Un banco concede un préstamo de 10.000.000 ptas., a 4 años, con cuotas semestrales, y con un tipo de interés anual del 12%. La amortización de capital es constante durante toda la vida del préstamo.

Calcular:

a) El importe constante de la amortización de capital

b) Evolución del saldo vivo y del capital amortizado

c) Importe de los intereses en cada periodo

d) Importe de la cuota en cada periodo

SOLUCION

a) Importe constante de la amortización de capital:

Aplicamos la fórmula $AM_s = Co / n$

luego, $AM_s = 10.000.000 / 8$ (el plazo lo ponemos en base semestral)

luego, $AM_s = 1.250.000$

Por lo tanto, la amortización de capital en cada semestre es de 1.250.000 ptas.

b) Evolución del saldo vivo y del capital amortizado:

Periodo	Saldo vivo	Capital amortizado
0	10.000.000	0
1	8.750.000	1.250.000
2	7.500.000	2.500.000
3	6.250.000	3.750.000
4	5.000.000	5.000.000
5	3.750.000	6.250.000
6	2.500.000	7.500.000
7	1.250.000	8.750.000
8	0	10.000.000

c) Importe de los intereses en cada cuota periódica:

Aplicamos la fórmula $I_s = S_{s-1} * i * t$

Pero, primero, tenemos que calcular el tipo semestral equivalente:

Aplicamos la fórmula $1 + i = (1 + i_2)^{\wedge 2}$

luego, $i_2 = 5{,}83\%$

Periodo	Intereses
1	583.000
2	510.125
3	437.250
4	364.375

5	291.500
6	218.625
7	145.750
8	72.875

d) Cuotas periódicas:

Aplicamos la fórmula $M_s = AM_s + I_s$

Periodo	Cuota
1	1.833.000
2	1.760.125
3	1.687.250
4	1.614.375
5	1.541.500
6	1.468.625
7	1.395.750
8	1.322.875